

Powiatowy Konkurs Matematyczny „Wokół liczby π ”

dla uczniów szkoły ponadgimnazjalnej

14 marca 2019r.

czas pracy 90 minut

Instrukcja dla Ucznia:

1. Test zawiera 25 zadań zamkniętych.
2. Na rozwiązanie wszystkich zadań i przeniesienie odpowiedzi na kartę odpowiedzi masz 90 minut.
3. We wszystkich zadaniach wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.
4. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, które można uzyskać za poprawne rozwiązanie.
5. Za brak odpowiedzi otrzymujesz 0 punktów. Odpowiedź błędna lub zaznaczenie więcej niż jednej odpowiedzi powoduje odjęcie 25% przysługujących punktów.
6. Nie korzystaj z kalkulatora.

Wzory:

Pole koła o promieniu r : $P = \pi r^2$

Obwód koła o promieniu r : $L = 2\pi r$

Pole wycinka koła o promieniu r i kącie środkowym α : $P_w = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2$

Długość łuku o promieniu r i kącie środkowym α : $l = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r$

Walec

Objętość: $V = \pi r^2 h$

Pole powierzchni całkowitej: $P_c = 2\pi r(r + h)$

Pole powierzchni bocznej: $P_b = 2\pi r h$,

gdzie r – promień podstawy walca, h – wysokość walca

Stożek

Objętość: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

Pole powierzchni całkowitej: $P_c = \pi r(r + l)$

Pole powierzchni bocznej: $P_b = \pi r l$,

gdzie r – promień podstawy stożka, h – wysokość stożka, l – długość tworzącej stożka.

Kula

Objętość: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

Pole powierzchni całkowitej: $P_c = 4\pi r^2$

Zadanie 1 (1 pkt.)

Miejscem zerowym funkcji $f(x) = (\sqrt{2} + 1)x - 4\pi$ jest liczba:

- A. $4\sqrt{2}\pi$ B. $4\pi(\sqrt{2} - 1)$ C. $4\pi(\sqrt{2} + 1)$ D. $\pi(\sqrt{2} - 1)$

Zadanie 2 (1 pkt.)

Wartość wyrażenia $|\sqrt{(\pi - 4)^2} - |6 - 2\pi|| - |\pi - 3|$ wynosi:

- A. $13 - 4\pi$ B. $2\pi - 7$ C. **1** D. $2\pi - 5$

Zadanie 3 (1 pkt.)

Ile elementów należy do zbioru $\langle -\pi; \pi + 1 \rangle \cap \mathbb{C}$, gdzie \mathbb{C} – zbiór liczb całkowitych?

- A. 10 B. 7 C. 8 D. 9

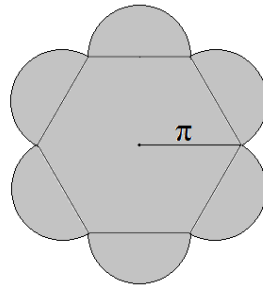
Zadanie 4 (1 pkt.)

Dla jakiej wartości parametru m proste: $mx - y = 3$ oraz $y = \left(\pi - \frac{4}{m}\right)x + \sqrt{2}$ są prostopadłe?

- A. $\frac{2}{\pi}$ B. $\frac{1}{\pi}$ C. $\frac{4}{\pi}$ D. $\frac{3}{\pi}$

Zadanie 5 (1 pkt.)

Pole figury przedstawionej na rysunku wynosi:



- A. $3\pi^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi \right)$ B. $3\pi^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \pi \right)$ C. $3\pi^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$ D. $\frac{1}{4}\pi^2 (\sqrt{3} + 3\pi)$

Zadanie 6 (1 pkt.)

Pole koła opisanego na trójkącie równobocznym jest równe $\frac{1}{3}\pi^3$. Długość boku tego trójkąta wynosi:

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. π C. $\sqrt{3}\pi$ D. 3π

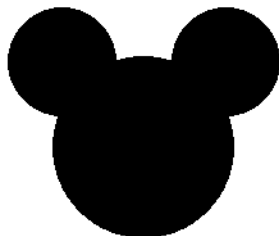
Zadanie 7 (1 pkt.)

Wartość wyrażenia $\frac{(\pi - 2)^2 - (2\sqrt{2} - \pi)(2\sqrt{2} + \pi) + (1 + 2\pi)^2}{(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)}$ wynosi:

- A. $3 - 6\pi^2$ B. $6\pi^2 - 3$ C. $6\pi^2 - 11$ D. $4\pi^2 + 5$

Zadanie 8 (1pkt.)

Część wspólna jednego ucha i głowy stanowi 15% powierzchni jednego ucha Myszki Miki. Jaki jest stosunek powierzchni jednego ucha (bez głowy) do całej głowy Myszki Miki (głowy z uszami), jeśli średnica głowy jest 1,5 razy większa od średnicy ucha.



A. $\frac{10}{41}$

B. $\frac{17}{79}$

C. $\frac{20}{73}$

D. $\frac{10}{31}$

Zadanie 9 (1pkt.)

Zbiorem rozwiązań nierówności $\frac{\pi x + 3}{\pi} - \frac{3x - 7}{2} > \frac{x + 5}{4}$ jest:

A. $x \in \left(-\infty; \frac{19}{3} + \frac{4}{\pi}\right)$

B. $x \in \left(-\infty; 3 + \frac{1}{\pi}\right)$

C. $x \in \left(-\infty; 3 + \frac{4}{\pi}\right)$

D. $x \in \left(-\infty; 3 - \frac{4}{\pi}\right)$

Zadanie 10 (1pkt.)

Wskaż nierówność, którą spełnia liczba π :

A. $|x + 1| > 5$

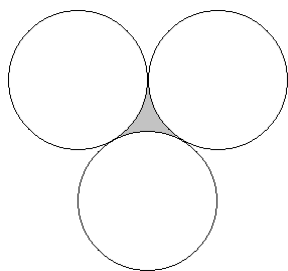
B. $|x - 1| < 2$

C. $\left|x + \frac{2}{3}\right| \leq 4$

D. $\left|x - \frac{1}{3}\right| \geq 3$

Zadanie 11 (1pkt.)

Trzy okręgi o jednakowym promieniu r są styczne zewnętrznie. Pole zamalowanej figury wynosi:



A. $r^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$

B. $r^2 (\sqrt{3} - \pi)$

C. $r^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$

D. $r^2 (\sqrt{3} + \pi)$

Zadanie 12 (1pkt.)

Suma liczb $\sqrt{27\pi}$ i $\sqrt{48\pi}$ jest równa:

A. $\sqrt{75\pi}$

B. $\sqrt{1296\pi}$

C. $\sqrt{147\pi}$

D. $\sqrt{21\pi}$

Zadanie 13 (1pkt.)

Ile liczb całkowitych spełnia warunek: $1 \leq |x| \leq \pi$?

A. 3

B. 5

C. 7

D. 6

Zadanie 14 (1pkt.)

Powierzchnia boczna stożka po rozwinięciu ma kształt półkola. Ile wynosi kąt między wysokością stożka a dowolną jego tworzącą?

- A. $22,5^\circ$ B. 30° C. 45° D. 60°

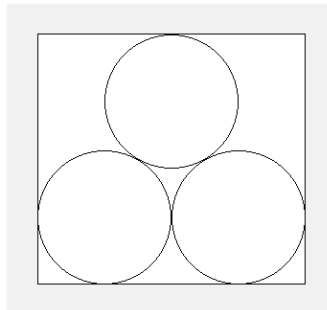
Zadanie 15 (1pkt.)

W kulę o promieniu R wpisano sześcian w taki sposób, że wszystkie jego wierzchołki znajdują się na powierzchni kuli (sfery). Objętość sześcianu jest równa:

- A. $\frac{8\sqrt{3}}{9}R^3$ B. $\frac{9\sqrt{3}}{8}R^3$ C. $\frac{\pi}{6}R^3$ D. $\frac{8\sqrt{2}}{5}R^3$

Zadanie 16 (1pkt.)

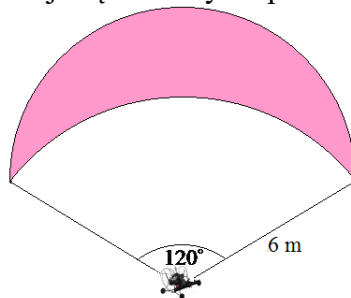
Szkie przedstawia kanał ciepłowniczy, którego przekrój poprzeczny jest prostokątem. Wewnątrz kanału znajduje się rurociąg składający się z trzech rur, każda o średnicy zewnętrznej 1 m. Oblicz wysokość kanału ciepłowniczego.



- A. 2 B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 17 (1pkt.)

Oblicz pole zacieniowanej części skrzydła paralogni przedstawionej na rysunku:



- A. $\frac{3}{2}\pi + 9\sqrt{3}$ B. $12\pi - \frac{9\sqrt{3}}{2}$ C. 9π D. $\frac{3\pi + 9\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 18 (1pkt.)

Koło roweru o promieniu 4 dm wykonało podczas jazdy 1000 obrotów. Jaką drogę pokonał rower w tym czasie?

- A. 398 m B. 1990 m C. 2512 m D. 417 m

Zadanie 19 (1pkt.)

Objętość kuli o promieniu $r = \pi$ dm jest równa

- A. $\frac{4}{3}\pi \text{ dm}^3$ B. $\frac{4}{3}\pi^4 \text{ dm}^3$ C. $\frac{3}{4}\pi^4 \text{ dm}^3$ D. $\frac{3}{4}\pi^3 \text{ dm}^3$

Zadanie 20 (1pkt.)

Ile daszków dopełni ostatnie równanie?

$$\pi - \smile = \mu\mu$$

$$\mu + \equiv = \pi$$

$$\pi + \mu = ?$$

A. 6

B. 7

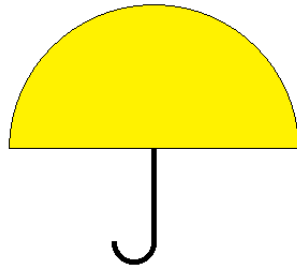
C. 9

D. 11

Zadanie 21 (1pkt.)

Powierzchnia rozpiętego parasola jest powierzchnią półkuli. Ile wynosi pole tego parasola,

jeśli jego promień ma długość $\sqrt{\frac{1}{\pi}}$.

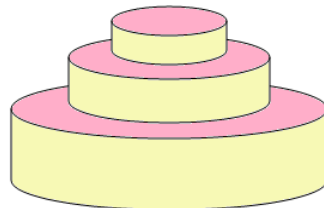
A. 2π B. 4π

C. 2

D. 4

Zadanie 22 (1pkt.)

Tort zbudowany jest z trzech biszkoptów w kształcie walców. Średnica najmniejszego biszkoptu ma 20 cm, a średnica średniego biszkoptu jest od niej o 10 cm większa. Średnica największego biszkoptu jest dwa razy większa od średnicy małego biszkoptu. Wysokość średniego ciasta wynosi 10 cm i jest dwa razy większa od wysokości najmniejszego biszkoptu i o 3 cm mniejsza od wysokości największego. Jaką objętość ma cały tort?

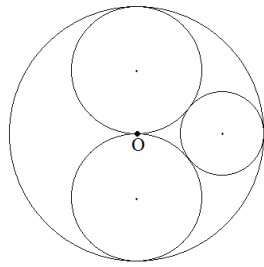
A. $7,95\pi$ litraB. $14,75\pi$ litraC. $79,5\pi$ litraD. 7950π litra**Zadanie 23** (1pkt.)

Jeśli $x + \frac{1}{x} = \pi$, to $x^3 + \frac{1}{x^3}$ jest równe:

A. π^3 B. $\pi^3 + 3\pi$ C. $\pi^3 - 6$ D. $\pi^3 - 3\pi$

Zadanie 24 (1pkt.)

Okrąg o środku O i promieniu 2 zawiera trzy mniejsze okręgi styczne wzajemnie i styczne do okręgu o środku O . Dwa z tych okręgów przechodzą przez punkt O . Ile wynosi obwód trzeciego okręgu?



A. $\frac{4}{3}\pi$

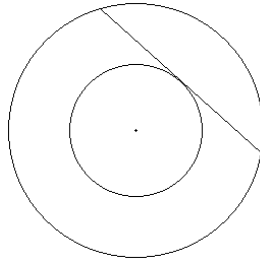
B. π

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$

D. $\pi\sqrt{3}$

Zadanie 25 (1pkt.)

W pierścieniu kołowym cięciwa zewnętrznego okręgu ma długość 20 i jest styczna do wewnętrznego okręgu tak jak na rysunku. Pole tego pierścienia jest równe:



A. 100π

B. 400π

C. 50π

D. 200π