

Powiatowy Konkurs Matematyczny „Wokół liczby π ”

dla uczniów szkoły średniej

6 marca 2023r.

czas pracy 90 minut

Instrukcja dla Ucznia:

1. Test zawiera 25 zadań zamkniętych.
2. Na rozwiązanie wszystkich zadań i przeniesienie odpowiedzi na kartę odpowiedzi masz 90 minut.
3. We wszystkich zadaniach wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.
4. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, które można uzyskać za poprawne rozwiązanie. Maksymalna liczba punktów to 25.
5. Za brak odpowiedzi otrzymujesz 0 punktów. Odpowiedź błędna lub zaznaczenie więcej niż jednej odpowiedzi powoduje odjęcie 25% przysługujących za zadanie punktów.
6. Nie korzystaj z kalkulatora.

Powodzenia

Wzory:

Pole koła o promieniu r : $P = \pi r^2$

Obwód koła o promieniu r : $L = 2\pi r$

Pole wycinka koła o promieniu r i kącie środkowym α : $P_w = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2$

Długość łuku o promieniu r i kącie środkowym α : $l = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r$

Walec

Objętość: $V = \pi r^2 h$

Pole powierzchni całkowitej: $P_c = 2\pi r(r+h)$

Pole powierzchni bocznej: $P_b = 2\pi r h$,

gdzie r – promień podstawy walca, h – wysokość walca

Stożek

Objętość: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

Pole powierzchni całkowitej: $P_c = \pi r(r+l)$

Pole powierzchni bocznej: $P_b = \pi r l$,

gdzie r – promień podstawy stożka, h – wysokość stożka, l – długość tworzącej stożka.

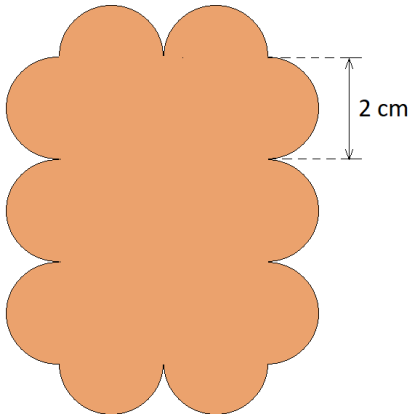
Kula

Objętość: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

Pole powierzchni całkowitej: $P_c = 4\pi r^2$

Zadanie 9 (1pkt.)

Pierniczki „Pitagoraski” mają kształt przedstawiony na rysunku. Jaką powierzchnię ma jeden pierniczek? Przyjmij, że $\pi=3,14$.



A. $55,4 \text{ cm}^2$

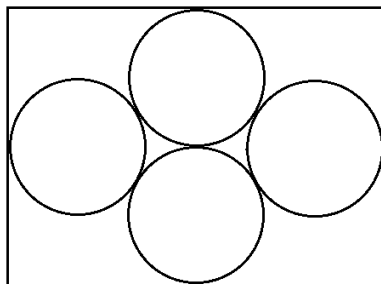
B. $39,7 \text{ cm}^2$

C. $27,7 \text{ cm}^2$

D. 48 cm^2

Zadanie 10 (1pkt.)

Cztery styczne okręgi wpisane są w prostokąt w sposób przedstawiony na rysunku. Promień każdego okręgu jest równy π .



Obwód prostokąta wynosi:

A. $12\pi+4\pi\sqrt{3}$

B. $8\pi+2\pi\sqrt{3}$

C. 20π

D. $12\pi+2\pi\sqrt{3}$

Zadanie 11 (1pkt.)

Dla dwóch liczb definiujemy działanie: $x * y = x^2 - y + \pi$. Wartość wyrażenia $a * (a * a)$ wynosi:

A. $-\pi a$

B. 0

C. πa

D. a

Zadanie 12 (1pkt.)

Do zbioru rozwiązań nierówności $\frac{x+\pi}{\pi} > \frac{x+\pi}{3}$ należy liczba:

A. -3

B. -4

C. 4

D. 3

Zadanie 13 (1pkt.)

Wartość wyrażenia: $\frac{\pi^2-\pi}{\pi-1} + \frac{\pi^2+\pi}{\pi+1} - \pi$ jest równa

A. 3π

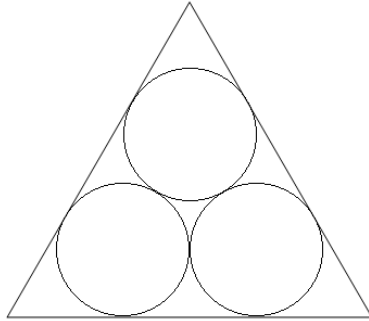
B. 2π

C. π

D. $-\pi$

Zadanie 14 (1pkt.)

Każdy z przedstawionych na rysunku okręgów jest zewnętrznie styczny do dwóch pozostałych, zaś każdy bok trójkąta równobocznego jest styczny do dwóch okręgów. Boki trójkąta mają długość 3. Ile jest równy promień każdego z okręgów?



A. $\frac{3}{3+\sqrt{3}}$

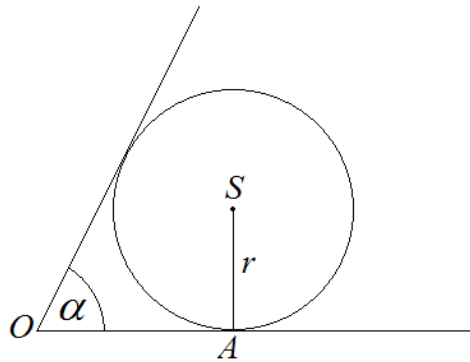
B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

C. $\frac{3}{3+3\sqrt{2}}$

D. $\frac{3}{2+2\sqrt{3}}$

Zadanie 15 (1pkt.)

W kąt o mierze $\alpha=60^\circ$ wpisano okrąg o promieniu r (zobacz rysunek).



Odcinek OA ma długość 4. Długość r promienia okręgu wynosi:

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

B. 2

C. 4

D. $4\sqrt{3}$

Zadanie 16 (1pkt.)

Średnia arytmetyczna liczb π , 2π , 5π , 12π , -3π , 6π , x , $2x$ jest równa 4π . Liczba x jest równa:

A. 3π

B. $4,5\pi$

C. 9π

D. $\frac{4}{3}\pi$

Zadanie 17 (1pkt.)

Boki prostokąta są w stosunku 2:3, a obwód tego prostokąta wynosi $20\pi - 50$. Pole tego prostokąta jest równe:

A. $24\pi^2 - 120\pi + 150$

B. $24\pi^2 + 150$

C. $12\pi - 30$

D. $96\pi^2 - 480\pi + 100$

Zadanie 18 (1pkt.)

Naczynie w kształcie walca ma objętość $3,375\pi \text{ dm}^3$. Wysokość i promień podstawy naczynia są równej długości. Podstawa naczynia jest kołem o średnicy:

A. 15 dm

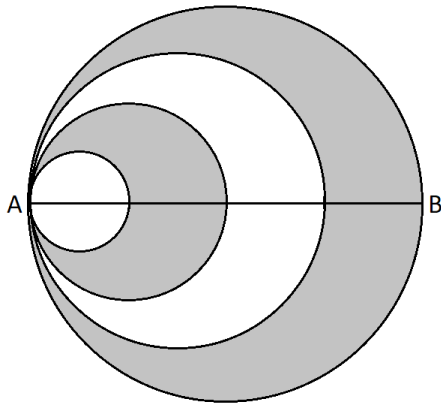
B. 15 cm

C. 30 cm

D. 30 dm

Zadanie 19 (1pkt.)

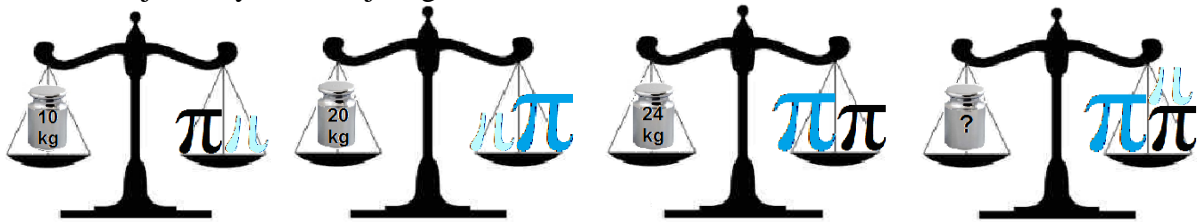
Średnicę AB koła podzielono na cztery równe odcinki. Oblicz, jakim procentem pola całego koła jest pole zacieniowanej figury, jeśli okręgi wyznaczające tę figurę są styczne wewnętrznie a ich średnice są zawarte w średnicy AB.



- A. 37,5% B. 50% C. 62,5% D. 75%

Zadanie 20 (1pkt.)

Co wskazuje odczyt ostatniej wagi?



- A. 26kg B. 27kg C. 28kg D. 31kg

Zadanie 21 (1pkt.)

Która z liczb jest całkowita?

- A. $|3 - \pi| - |2\pi - 4|$ B. $\pi^2 - 1$ C. $\frac{3,14}{\pi}$ D. $\log_{\pi}\pi^3$

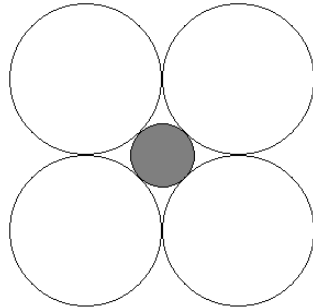
Zadanie 22 (1pkt.)

Dwaj rowerzyści wyjechali z miasta M: jeden w kierunku południowym z prędkością 8π km/h, a drugi w kierunku zachodnim z prędkością 6π km/h. Jaka będzie odległość między rowerzystami w linii prostej po czasie 15 minut?

- A. 2,5 km B. 10π km C. $2,5\pi$ km D. $\frac{\sqrt{7}}{3}\pi$ km

Zadanie 23 (1pkt.)

Na poniższym rysunku cztery jednakowe okręgi o promieniu r są parami styczne i jednocześnie są styczne do zacięniowanego koła, Jaki promień ma to koło?



A. $2r(\sqrt{2} - 1)$

B. $r(\sqrt{2} - 1)$

C. $r(\sqrt{2} + 1)$

D. $2r$

Zadanie 24 (1pkt.)

Prosta AB jest styczna w punkcie B do okręgu o środku S i promieniu 5 cm. Odcinek AB ma 12 cm. Długość odcinka AS wynosi:

A. 13 cm

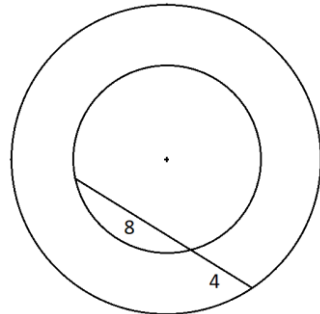
B. 25 cm

C. 12 cm

D. 10 cm

Zadanie 25 (1pkt.)

W pierścieniu kołowym poprowadzono odcinki o długościach 8 i 4 tak, jak na rysunku. Jakie jest pole pierścienia kołowego?



A. 16π

B. 32π

C. 48π

D. 64π