Powiatowy Konkurs Matematyczny „Wokół liczby π”

dla uczniów szkoły podstawowej
6 marca 2023r.
czas pracy 90 minut

Instrukcja dla Ucznia:

1. Test zawiera 25 zadań zamkniętych.
2. Na rozwiązanie wszystkich zadań i przeniesienie odpowiedzi na kartę odpowiedzi masz 90 minut.
3. We wszystkich zadaniach wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.
4. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, które można uzyskać za poprawne rozwiązanie. Maksymalna liczba punktów to 25.
5. Za brak odpowiedzi otrzymujesz 0 punktów. Odpowiedź błędna lub zaznaczenie więcej niż jednej odpowiedzi powoduje odjęcie 25% przysługujących za zadanie punktów.
6. Nie korzystaj z kalkulatora.

Powodzenia

Wzory:

Pole koła o promieniu *r*: $P=\pi r^2$
Obwód koła o promieniu *r*: $L=2\pi r$
Pole wycinka koła o promieniu *r* i kącie środkowym α: $P_w = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi r^2$
Długość łuku o promieniu *r* i kącie środkowym α: $l=\frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi r$

Walec
Objętość: $V=\pi r^2 h$
Pole powierzchni całkowitej: $P_c = 2\pi r(r+h)$
Pole powierzchni bocznej: $P_b = 2\pi rh$,
gdzie *r* – promień podstawy walca, *h* – wysokość walca

Stożek
Objętość: $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$
Pole powierzchni całkowitej: $P_c=\pi r(r+l)$
Pole powierzchni bocznej: $P_b=\pi rl$,
gdzie *r* – promień podstawy stożka, *h* – wysokość stożka, *l* – długość tworzącej stożka.

Kula
Objętość: $V=\frac{4}{3}\pi r^3$
Pole powierzchni całkowitej: $P_c = 4\pi r^2$

Zadanie 1 (1 pkt.)
Poniżej przedstawiony jest fragment wiersza Wiesławy Szymborskiej „Liczba Pi”

Podziwu godna liczba Pi
trzy koma jeden cztery jeden.
Wszystkie jej dalsze cyfry też są początkowe
pięć dziewięć dwa, ponieważ nigdy się nie kończy.
Nie pozwala się objąć sześć pięć trzy pięć spojrzeniem,
osiem dziewięć obliczeniem,
siedem dziewięć wyobraźnią,
a nawet trzy dwa trzy osiem żartem, czyli porównaniem
cztery sześć do czegokolwiek
dwa sześć cztery trzy na świecie.

Wypisz dziesięć kolejnych cyfr po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby π. Ile wśród wypisanych liczb jest liczb pierwszych?
A. 2 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7

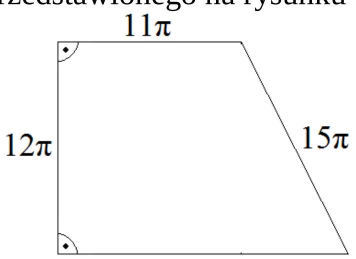
Zadanie 2 (1pkt.)
Liczba π:
A. ma rozwinięcie okresowe **B.** jest wymierna **C.** jest niewymierna **D.** jest ujemna

Zadanie 3 (1pkt.)
Liczba π nazywana bywa często *„ludolfiną”*. Nazwa „ludolfina” pochodzi od imienia matematyka holenderskiego *Ludolfa van Ceulena*, który w 1610 roku obliczył wartość liczby π z dokładnością do 35 cyfr po przecinku. Rok 1610 w systemie rzymskim możemy zapisać:
A. MDXX **B.** MDCCX **C.** MDCX **D.** MCDX

Zadanie 4 (1pkt.)
Wyznacz liczbę, której 15% jest równe 20% liczby 30π:
A. 6π **B.** 4π **C.** 40π **D.** $0{,}9\pi$

Zadanie 5 (1pkt.)
Liczba $\pi^{-9}:\pi^{-2}\cdot\left(\frac{1}{\pi^2}\right)^{-3}$ jest równa:
A. π^{-1} **B.** π^{0} **C.** π^{-5} **D.** π^{-13}

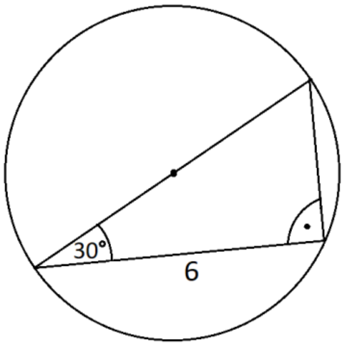
Zadanie 6 (1pkt.)
Pole trapezu przedstawionego na rysunku wynosi:



A. $186\pi^2$ **B.** 120π **C.** $120\pi^2$ **D.** $132\pi^2$

Zadanie 7 (1pkt.)
Słowo LICZBA ma się do słowa ABZCIL tak, jak 31415 do:
A. 15413 **B.** 31514 **C.** 51413 **D.** 51314

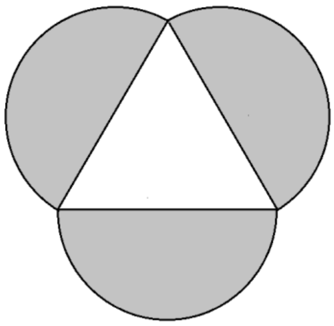
Zadanie 8 (1pkt.)
Na trójkącie prostokątnym o dłuższej przyprostokątnej równej 6 i kącie ostrym 30^o opisano okrąg (patrz rysunek).



Długość okręgu jest równa:

A. $4\pi\sqrt{3}$ **B.** 12π **C.** 36π **D.** $8\pi\sqrt{3}$

Zadanie 9 (1pkt.)
Pole trójkąta równobocznego jest równe $9\sqrt{3}$ (patrz rysunek poniżej).



Pole zamalowanej figury wynosi:

A. 9π **B.** $13{,}5\pi$ **C.** 36π **D.** 54π

Zadanie 10 (1pkt.)
Kasia przygotowała zaproszenia na urodziny w formie rulonu, które przewiązała ozdobnym sznurkiem. Na wykonanie kokardy potrzeba 20 cm sznurka. Promień rulonu wynosi 1,75 cm. Ile sznurka potrzebuje Kasia do wykonania 12 zaproszeń? Przyjmij, że $\pi=\frac{22}{7}$.

A. 132 cm **B.** 355 m **C.** 360 cm **D.** 372 cm

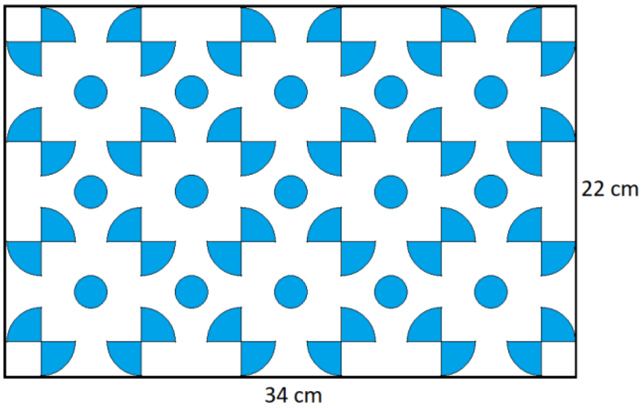
Zadanie 11 (1pkt.)
Odwrotnością liczby $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$ jest liczba:

A. $2\sqrt{3}\pi$ **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}$ **C.** $-\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{6\pi}$

Zadanie 12 (1pkt.)
Jeśli $\frac{x}{y} = \frac{1}{\pi}$, to wartość wyrażenia $\frac{y}{x}$+π jest równa:

A. $\frac{6}{\pi}$ **B.** π **C.** $\frac{26}{\pi}$ **D.** 2π

Zadanie 13 (1pkt.)
Żakard to tkanina o szerokim zastosowaniu, charakteryzująca się wypukłymi wzorami. Na poniższym rysunku przedstawiony jest fragment wzoru na takiej tkaninie. Jaki procent powierzchni tej tkaniny stanowi wzór, jeśli mamy kawałek tkaniny o wymiarach 22 cm x 34 cm. Przyjmij, że π=$\frac{22}{7}$.



A. ok. 16,4% **B.** ok. 23,5% **C.** ok. 26,5% **D.** ok. 45,3%

Zadanie 14 (1pkt.)
Suma $3 + \frac{1}{\pi}$ jest równa:

A. $\frac{4}{\pi}$ **B.** $\frac{\pi+3}{\pi}$ **C.** $\frac{1}{3\pi}$ **D.** $\frac{3\pi+1}{\pi}$

Zadanie 15 (1pkt.)
Odcinek o długości 16π+24 podzielono na trzy części w stosunku 1:3:4. Długość najdłuższej części wynosi:

A. 2π+3 **B.** 6π+3 **C.** 8π+3 **D.** 8π+12

Zadanie 16 (1pkt.)
Liczba $\pi - \left(\pi - \left(\pi - \left(\pi - \left(\pi - (\pi - 1)\right)\right)\right)\right)$ jest równa:

A. 1 **B.** π **C.** $\pi - 1$ **D.** -1

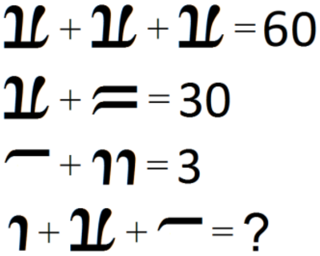
Zadanie 17 (1pkt.)
Średnia arytmetyczna liczb $\pi,\ 2\pi,\ 5\pi,\ 11\pi,\ -3\pi,\ 6\pi,\ 6\pi$ jest równa:

A. 4π **B.** $\frac{34}{7}\pi$ **C.** $\frac{14}{3}\pi$ **D.** 12π

Zadanie 18 (1pkt.)
Liczbą całkowitą spełniającą nierówność x^2<πx jest:

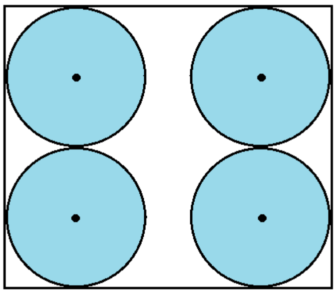
A. -2 **B.** -1 **C.** -3 **D.** 1

Zadanie 19 (1pkt.)
Co należy wstawić w miejsce „?”



A. 26 **B.** 24 **C.** 23 **D.** 22

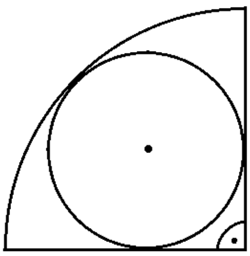
Zadanie 20 (1pkt.)
Na całej powierzchni ogrodu o długości 14 m i szerokości 12 m zasiano trawę. Do jej podlewania służą cztery jednakowe zraszacze rozmieszczone tak, jak na rysunku poniżej. Każdy zraszacz podlewa powierzchnię, która jest kołem.



Jaka powierzchnia ogrodu **nie** zostanie podlana?
A. ok. 132 m^2 **B.** ok. 113 m^2 **C.** ok. 55 m^2 **D.** ok. 14 m^2

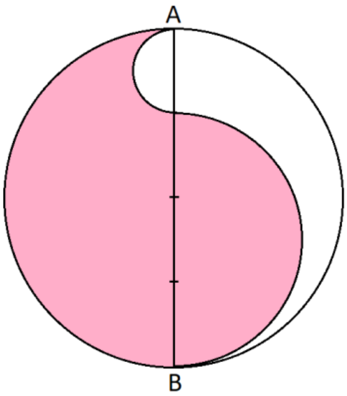
Zadanie 21 (1pkt.)
Jedna przekątna rombu ma długość 4π, a druga przekątna jest od niej o 3 dłuższa. Pole tego rombu jest równe:
A. $24\pi^2$ **B.** $16\pi^2 + 12\pi$ **C.** $48\pi^2$ **D.** $8\pi^2 + 6\pi$

Zadanie 22 (1pkt.)
W wycinek koła o kącie środkowym 90^o wpisano koło o polu 4πcm^2 (zobacz rysunek).



Pole wycinka wynosi:
A. $(3 + 2\sqrt{2})\pi$ **B.** 4π **C.** 3π **D.** $(12 + 8\sqrt{2})\pi$

Zadanie 23 (1pkt.)
Średnicę AB koła podzielono na cztery równe odcinki. Oblicz, jaką część pola tego koła stanowi zacieniowana figura, jeśli łuk wewnątrz koła jest sumą dwóch półokręgów (patrz rysunek).

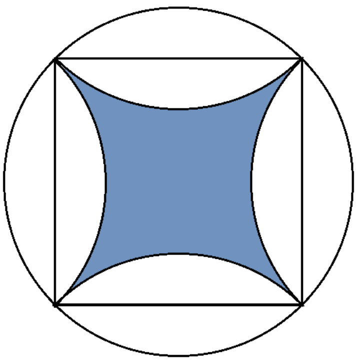


A. $\frac{3}{4}$ **B.** $\frac{13}{16}$ **C.** $\frac{21}{32}$ **D.** $\frac{3}{8}$

Zadanie 24 (1pkt.)
Piłki do tenisa ziemnego są sprzedawane w opakowaniach w kształcie walca o najmniejszej możliwej objętości po 4 sztuki tak, jak na rysunku obok. Średnica piłki jest równa 6,5 cm.

Pole powierzchni bocznej opakowania wynosi:
A. $\frac{169}{2}\pi$ **B.** 338π **C.** 169π **D.** 676π

Zadanie 25 (1pkt.)
W koło o promieniu 1 wpisano kwadrat. Zaginamy koło wzdłuż boków kwadratu tak, jak na rysunku.



Pole zacieniowanego obszaru wynosi:
A. $\frac{1}{3}\pi$ **B.** $\frac{1}{4}\pi$ **C.** $4-\pi$ **D.** $2-\frac{1}{3}\pi$