Powiatowy Konkurs Matematyczny „Wokół liczby π”

dla uczniów szkoły podstawowej
12 marca 2024r.
czas pracy 90 minut

Instrukcja dla Ucznia:

1. Test zawiera 25 zadań zamkniętych.
2. Na rozwiązanie wszystkich zadań i przeniesienie odpowiedzi na kartę odpowiedzi masz 90 minut.
3. We wszystkich zadaniach wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.
4. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, które można uzyskać za poprawne rozwiązanie. Maksymalna liczba punktów to 25.
5. Za brak odpowiedzi otrzymujesz 0 punktów. Odpowiedź błędna lub zaznaczenie więcej niż jednej odpowiedzi powoduje odjęcie 25% przysługujących za zadanie punktów.
6. Nie korzystaj z kalkulatora.

Powodzenia

Wzory:

Pole koła o promieniu r: $P=\pi r^2$
Obwód koła o promieniu r: $L=2\pi r$
Pole wycinka koła o promieniu r i kącie środkowym α: $P_w = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi r^2$
Długość łuku o promieniu r i kącie środkowym α: $l=\frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi r$

Walec
Objętość: $V=\pi r^2 h$
Pole powierzchni całkowitej: $P_c = 2\pi r(r+h)$
Pole powierzchni bocznej: $P_b = 2\pi rh$,
gdzie r – promień podstawy walca, h – wysokość walca

Stożek
Objętość: $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$
Pole powierzchni całkowitej: $P_c=\pi r(r+l)$
Pole powierzchni bocznej: $P_b=\pi rl$,
gdzie r – promień podstawy stożka, h – wysokość stożka, l – długość tworzącej stożka.

Kula
Objętość: $V=\frac{4}{3}\pi r^3$
Pole powierzchni całkowitej: $P_c = 4\pi r^2$

Zadanie 1 (1 pkt.)
Poniżej przedstawiony jest fragment wiersza Wiesławy Szymborskiej „Liczba Pi”

Podziwu godna liczba Pi
trzy koma jeden cztery jeden.
Wszystkie jej dalsze cyfry też są początkowe
pięć dziewięć dwa, ponieważ nigdy się nie kończy.
Nie pozwala się objąć sześć pięć trzy pięć spojrzeniem,
osiem dziewięć obliczeniem,
siedem dziewięć wyobraźnią,
a nawet trzy dwa trzy osiem żartem, czyli porównaniem
cztery sześć do czegokolwiek
dwa sześć cztery trzy na świecie.

Wypisz dziesięć kolejnych cyfr po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby π. Ile wśród wypisanych liczb jest liczb złożonych?

A. 2 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 8

Zadanie 2 (1pkt.)
Jak nazywana jest liczba π?

A. stała Pitagorasa **B.** Ludolfina **C.** Pilion **D.** liczba Einsteina

Zadanie 3 (1pkt.)
Symbol π wprowadził walijski matematyk i pisarz William Jones, a ostatecznie uznanie dla oznaczenia π nastąpiło po wydaniu przez Leonharda Eulera w 1737 roku dzieła *Analiza*. Rok 1737 w systemie rzymskim możemy zapisać:

A. MDCCXXXVII **B.** MCCCMXXXVII **C.** DMCCXXXVII **D.** MDCXXXVII

Zadanie 4 (1pkt.)
Punkty *A* i *B* są końcami odcinka *AB*. Jeśli $A = (-16\pi; 5\pi)$ i $B = (12\pi; -21\pi)$, to środek odcinka *AB* ma współrzędne:

A. $(-17\pi; 12\pi)$ **B.** $(-2\pi; 12\pi)$ **C.** $(-2\pi; 8\pi)$ **D.** $(-2\pi; -8\pi)$

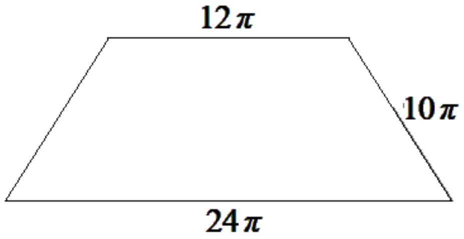
Zadanie 5 (1pkt.)
Jeśli $6x+9y=7\pi$, to wartość wyrażenia: $2x + 3y$ jest równa:

A. 2π **B.** 3π **C.** $\frac{7}{2}\pi$ **D.** $\frac{7}{3}\pi$

Zadanie 6 (1pkt.)
Liczba $(\pi^{-1} + \pi^{-1})^{-1} + \pi^{-1}$ jest równa:

A. $\frac{\pi}{3}$ **B.** $\frac{\pi^2+1}{\pi}$ **C.** $\frac{\pi^2+2}{2\pi}$ **D.** $\frac{3}{\pi}$

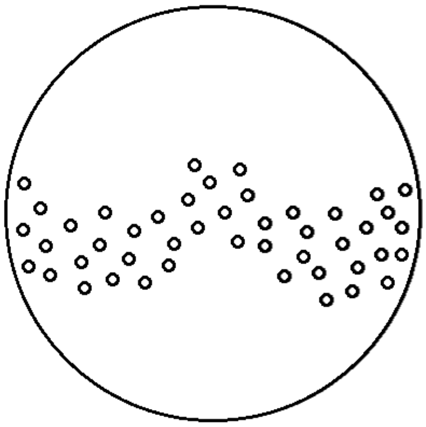
Zadanie 7 (1pkt.)
Pole trapezu równoramiennego przedstawionego na rysunku wynosi:



A. $144\pi^2$ **B.** 144π **C.** $96\pi^2$ **D.** $192\pi^2$

Zadanie 8 (1pkt.)
Dekorację w kształcie kuli chcemy umieścić w kartonowym sześciennym pudełku. Jaką najmniejszą długość krawędzi powinien mieć ten sześcian, jeśli objętość kuli wynosi 288π cm^3?
A. 4 cm **B.** 6 cm **C.** 8 cm **D.** 12 cm

Zadanie 9 (1pkt.)
Pippi Langstrump, tytułowa bohaterka powieści Astrid Lindgren ma rude włosy i mnóstwo piegów. Na poniższym rysunku przedstawiony jest szkic twarzy Pippi z zaznaczonymi piegami. Przyjmij, że twarz Pippi i piegi są kołami o średnicy odpowiednio 16 cm i 2 mm. Oblicz jaki procent całej twarzy Pippi stanowią piegi.



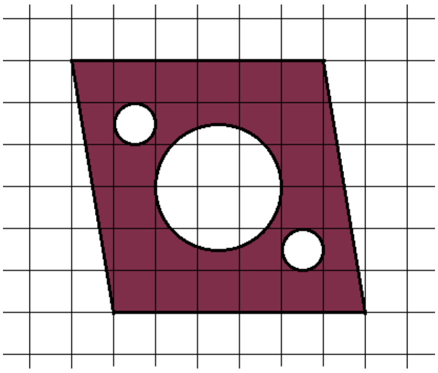
A. około 2,6% **B.** około 6,6% **C.** około 0,7% **D.** około 1,3%

Zadanie 10 (1pkt.)
Z kwadratowej kartki o przekątnej równej 16 wycięto możliwie największe koło. Obwód tego koła jest równy
A. 16π **B.** 8π **C.** 64π **D.** $8\sqrt{2}\pi$

Zadanie 11 (1pkt.)
Wartość wyrażenia $\frac{3x-2y}{x}$ dla $x = 2\pi$ i $y = 2 - \pi$ wynosi:

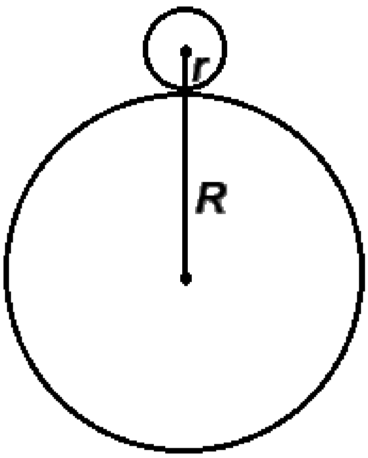
A. $5 - 2\pi$ **B.** $\frac{4\pi-2}{\pi}$ **C.** -3 **D.** $\frac{\pi-2}{\pi}$

Zadanie 12 (1pkt.)
Przyjmijmy, że bok kratki ma długość 1 (patrz rysunek).



Pole zacieniowanej figury przedstawionej na rysunku wynosi:
A. $36 - 2{,}75\pi$ **B.** $36 - 1{,}25\pi$ **C.** $18 - 2{,}75\pi$ **D.** $36 - 4{,}25\pi$

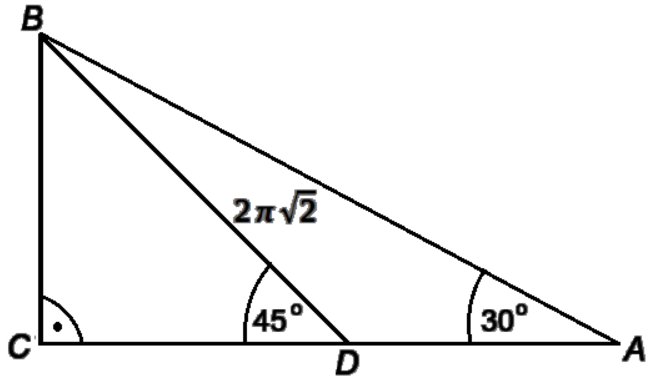
Zadanie 13 (1pkt.)
Wyobraź sobie, że małe koło obraca się wokół swojego środka i toczy po brzegu dużego koła.



Ile obrotów musi wykonać małe koło, aby wrócić w to samo miejsce, jeśli $R = 10$ i $r = 2$?
A. 4 obroty **B.** 5 obrotów **C.** 6 obrotów **D.** 7 obrotów

Zadanie 14 (1pkt.)
Pień dębu Bartek ma średnicę 3,14 m. Ile osób o rozpiętości ramion równej 150 cm potrzeba, aby objąć pień Bartka?
A. 5 osób **B.** 6 osób **C.** 7 osób **D.** 8 osób

Zadanie 15 (1pkt.)
Na rysunku przedstawiony jest trójkąt prostokątny *ABC*, w którym $|BD| = 2\pi\sqrt{2}$.



Długość odcinka *AD* jest równa:

A. $\sqrt{3}$ **B.** $2\pi(\sqrt{3}-1)$ **C.** $\pi(\sqrt{3}-1)$ **D.** π

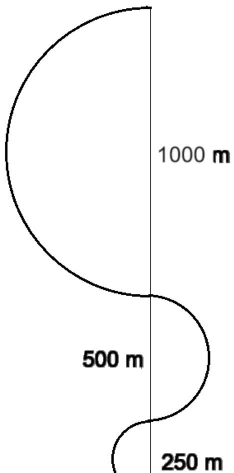
Zadanie 16 (1pkt.)
Liczba przeciwna do liczby $\pi - (-(\pi - 1) - (\pi - 2))$ jest równa:

A. $3\pi - 3$ **B.** $-3\pi + 1$ **C.** $-3\pi - 3$ **D.** $-3\pi + 3$

Zadanie 17 (1pkt.)
W pewnym trójkącie prostokątnym jedna przyprostokątna jest trzy razy dłuższa od drugiej przyprostokątnej. Pole tego trójkąta jest równe $12\pi^2$. Przeciwprostokątna tego trójkąta ma długość:

A. $2\sqrt{10}\pi$ **B.** $2\sqrt{2}\pi$ **C.** $4\sqrt{5}\pi$ **D.** $10\sqrt{2}\pi$

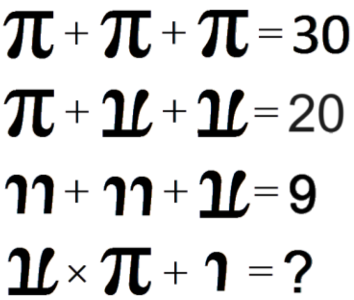
Zadanie 18 (1pkt.)
Zjeżdżając ze stoku narciarz zostawił na śniegu ślad przedstawiony na rysunku.



Długość trasy przebyta przez narciarza jest równa:

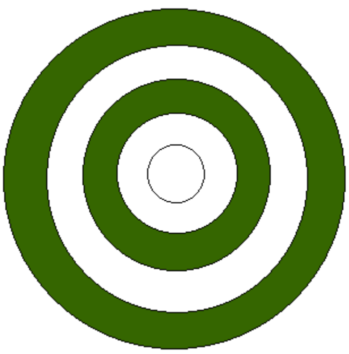
A. $437{,}5\pi$ m **B.** 875π m **C.** 1750π m **D.** 2625π m

Zadanie 19 (1pkt.)
Co należy wstawić w miejsce „?”



A. 52 **B.** 51 **C.** 17 **D.** 16

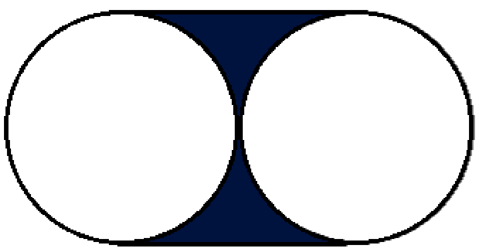
Zadanie 20 (1pkt.)
Tarcza składa się z pięciu okręgów o średnicach 10 cm, 20, cm, 30 cm, 40 cm i 50 cm. Jakie jest pole zacieniowanego obszaru?



A. 125π **B.** 250π **C.** 350π **D.** 700π

Zadanie 21 (1pkt.)
Średnica pizzy wzrosła dwukrotnie. O ile procent wzrosła powierzchnia pizzy?
A. o 100% **B.** o 200% **C.** o 300% **D.** o 400%

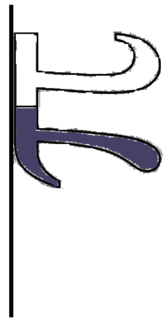
Zadanie 22 (1pkt.)
Na rysunku poniżej przedstawiona jest figura złożona z dwóch kół. Pole jednego koła jest równe 16π.



Pole zacieniowanego obszaru wynosi:
A. $64 - 8\pi$ **B.** $256 - 16\pi$ **C.** 48π **D.** $64 - 16\pi$

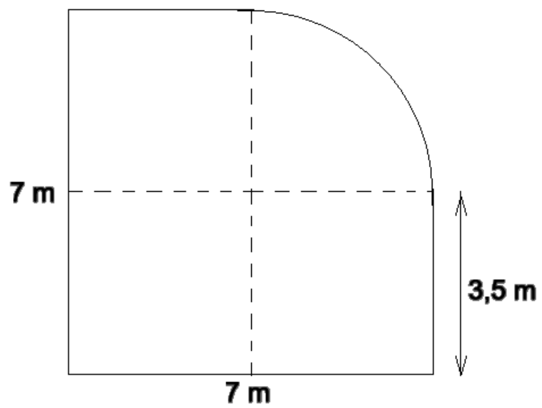
Zadanie 23 (1pkt.)
Trzej przyjaciele: Marek, Jarek i Arek zainwestowali kapitał w produkcję pierników w stosunku odpowiednio 2:1:2. Dochód w wysokości 31415 zł podzielili w tym samym stosunku. Dochód Arka wyniósł:
A. 12566 zł **B.** 6283 zł **C.** 10472 zł **D.** 20943 zł

Zadanie 24 (1pkt.)
Chorągiewka w kształcie π, którą przedstawiono na rysunku ma być pomalowana w taki sposób, że górna jej część będzie miała kolor biały lub żółty, a dolna część kolor czerwony, niebieski, zielony lub czarny.



Na ile różnych sposobów można pokolorować tę chorągiewkę?
A. 6 **B.** 8 **C.** 12 **D.** 16

Zadanie 25 (1pkt.)
Na rysunku przedstawiono wymiary tarasu. Oblicz powierzchnię tego tarasu. Przyjmij, że $\pi=\frac{22}{7}$.



Powierzchnia tarasu jest równa:
A. 56 **B.** $\frac{35}{2}$ **C.** $\frac{315}{8}$ **D.** $\frac{371}{8}$